GUÍA DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA

MOTIVACIÓN

Muchos problemas de la Física, las Ingenierías y otras ramas del saber humano se plantean matemáticamente en términos de ecuaciones que involucran a las derivadas de una o varias funciones, expresando relaciones que verifican entre ellas. Toda ecuación que se adapte a esta sencilla descripción se que dice que es una ecuación diferencial.

Su origen es el origen del Cálculo Diferencial, mediado el siglo XVII, cuando Newton, Leibnitz y los Bernouilli resolvieron algunos problemas diferenciales provenientes de la Geometría y de la Física. En sus comienzos, esta disciplina consistía en una colección de recetas para resolver ecuaciones particulares. Posteriormente se fue estructurando y aislando clases de ecuaciones con una teoría más rica, como la de las ecuaciones lineales.

Las ecuaciones diferenciales han ido progresando a medida que se ha avanzado en el conocimiento de las leyes naturales, Física, Química, Astronomía, etc. Son muchas las leyes generales de la naturaleza que se expresan por medio de ecuaciones diferenciales. Por citar algunos ejemplos notorios, la ley del movimiento de Newton, las ecuaciones de Euler de la Hidrodinámica, las ecuaciones de Maxwell para el Electromagnetismo, las leyes de Kirchhoff de la Electrostática, etc.

La gran proliferación de modelos en los que aparecen las ecuaciones diferenciales hace que el análisis y resolución de las mismas juegue un importante papel a la hora de conocer el comportamiento y evolución de los fenómenos que se analizan. Esta importancia es la que determina que su estudio y conocimiento sean primordiales en la formación tanto de científicos puros, como de aquellos preocupados en las aplicaciones y resolución práctica de los problemas reales, como pueden ser los ingenieros. En la actualidad, las ecuaciones diferenciales se utilizan en campos tan diversos como la Economía (optimización de recursos), Medicina (diagnosis de la diabetes), Sociología (estudio de poblaciones), Geología (determinación de la antigüedad de fósiles y sedimentos), Arte (detección de falsificaciones), Biología (modelos de población de algunos virus o bacterias, estudio de especies en extinción, etc.), Química (equilibrios y concentraciones, velocidad de reacción, etc.), Física (oscilaciones eléctricas, acústica, etc.), Criminología (estimación del momento de ocurrencia de ciertos hechos), …

Es fácil comprender el por qué de esta amplia gama de aplicaciones: recordemos que si $y = f(t)$ es una función dada, entonces su derivada se puede interpretar como el índice de variación de y respecto de t. En cualquier proceso natural, las variables incluidas y sus índices de variación se relacionan entre sí por medio de los principios básicos que rigen el proceso. Cuando esta relación se expresa por medio de símbolos matemáticos se obtiene lo que denominamos una ecuación diferencial.

EN QUÉ CONSISTE LA ASIGNATURA

Afortunadamente, salvo por lo que se refiere a la investigación en curso actualmente, podemos aprovechar la experiencia y buen hacer de nuestros predecesores y confiar en los modelos que con muchos esfuerzos ellos establecieron. Así, en general, las ecuaciones están ya establecidas. Sin embargo, siempre que la sencillez del problema lo permita, es muy interesante seguir los pasos típicos de la modelación que, en definitiva, constituyen el arte de la resolución de problemas.

En el proceso de aprendizaje y formación, al que esta asignatura está dedicada, la primera etapa consiste, obviamente, en aprender a resolver ecuaciones diferenciales, –cuantas más mejor–, que, dicho sea de antemano, se consigue en muy pocas ocasiones de manera cerrada, es decir, mediante métodos analíticos. En general, pues, hay que acabar, de manera ineludible, en los métodos numéricos.

ESTRUCTURA Y OBJETIVOS

La asignatura consta de tres bloques, que enumeramos a continuación, junto con sus objetivos:

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden 1
    a. Reconocer la importancia de las ecuaciones diferenciales
    b. Comprender los conceptos de Problema de valor inicial y Problema de frontera
    c. Reconocer los tipos más habituales de ecuaciones diferenciales de primer orden
    d. Saber resolver las ecuaciones más importantes de primer orden.
    e. Aplicar las ecuaciones de primer orden para resolver problemas geométricos y físicos, tales como trayectorias ortogonales, circuitos sencillos, modelos mecánicos simples, etc.
2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden *n*
    a. Entender la estructura del conjunto de soluciones de una ecuación diferencial lineal de orden *n*.
    b. Saber resolver completamente estas ecuaciones cuando sean de coeficientes constantes y de Euler-Cauchy.
    c. Modelar en forma de ecuaciones de segundo orden problemas de circuitos eléctricos RLC o problemas de resortes elásticos.
    d. Saber interpretar en términos físicos la solución matemática correspondiente.
3. Sistemas de ecuaciones diferenciales
    a. Modelar en forma de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales el movimiento de un sistema de resortes acoplados y la intensidad en redes eléctricas.
    b. Conocer las propiedades básicas de los sistemas de ecuaciones lineales.
    c. Saber resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes.
    d. Reconocer la importancia de los sistemas de ecuaciones diferenciales en el estudio de los sistemas dinámicos.

USO DEL MATERIAL

Se presentan tres tipos de documentos bajo los epígrafes: Teoría, Problemas y Laboratorios.

TEORÍA

El apartado de Teoría contiene tres documentos que describen (sin profundidad) los distintos elementos necesarios: motivaciones, contenidos, metodologías, etc. Existe un documento por cada uno de los tres bloques. Estos documentos deben ir acompañados de uno o varios libros de consulta. Por ejemplo, el libro que ha sido utilizado como libro de texto en la ETSI de Telecomunicación de la Universidad Politécnica de Valencia durante ya casi 20 años:

"Álgebra y Ecuaciones Diferenciales", Joaquín Izquierdo y Juan Ramón Torregrosa, SPUPV -97-669, Tomos I y II. (https://www.upv.es/pls/sobib/est_publ.FichPublica?p_arm=669)

PROBLEMAS

Además de los problemas propuestos en el texto anterior, se incluyen aquí tres documentos conteniendo problemas seleccionados resueltos para cada uno de los tres bloques de la asignatura. Todos estos problemas han sido objeto de examen a lo largo de la última década en la ETSI de Telecomunicación.

Como materiales de trabajo que son, se recomienda encarecidamente al alumno que siga las orientaciones de carácter general siguientes.

Por principio, intente siempre primero resolver los problemas por Vd. mismo. Empiece por leer el problema las veces necesarias hasta comprender bien lo que se pide. Luego, debe pensar un rato sobre el problema. Si es preciso, léalo de nuevo. Dependiendo de la naturaleza del problema se empieza de una manera u otra. Casi siempre se puede empezar

- reescribiendo el enunciado en otros términos, de una manera más compacta,
- decidiendo la notación que se va a emplear,
- haciendo un esquema de los datos de partida,
- destacando lo que se pide,
- anotando las técnicas que se cree se van a utilizar, etc.

Si se trata de un cálculo directo póngase a escribir. No tenga reparos en dibujar. Pero no se limite a hacer un solo dibujo, ya que un dibujo puede tener un vicio oculto. Si el problema es de carácter semiteórico o está expresado en términos de una pregunta de la que no conoce la respuesta, empiece por ponerse ejemplos que traten o bien de consolidar lo que el problema pide o bien de rebatirlo. En el primer caso busque ejemplos lo más sencillos posible. En el segundo, trate de ser lo más general posible.

No debería mirar las SOLUCIONES, si no es para comprobar que su trabajo ha tenido éxito.

LABORATORIOS

Esta sección contiene algunas sugerencias para utilizar objetos de aprendizaje que pueden ser utilizados para reforzar determinado aspectos de la asignatura. Se trata de los laboratorios virtuales publicados en la página:

http://laboratoriosvirtuales:8080/eslabon/extres/funciones_html/matematicas.html