

Tema 2: PRINCIPIOS DEL DISEÑO DIGITAL

PLAN 2010

EJERCICIOS

2.1-Obtención de la tabla de verdad	pág.2
2.2-Equivalencia entre función lógica y circuito	pág.3
2.3-Análisis de circuitos (ingeniería inversa)	pág.3
2.4-Obtención de la función lógica: formas canónicas	pág.4
2.5-Simplificación de funciones: mapas de Karnaugh	pág.6
2.6-Implementación de circuitos	pág.9

Ampliación

2.7-Tablas de verdad	pág.15
2.8-Formas canónicas	pág.21
2.9-Simplificación por Karnaugh	pág.25

EJERCICIOS

2.1 – Obtención de la tabla de verdad

2.1.1. En una empresa agrícola se desea realizar un control de calidad para la clasificación de las calidades de las naranjas. Para ello, se dispone de 3 tipos de sensores: una cámara, un calibrador y una báscula. Estos sensores proporcionan información de entrada relativa al color (C), diámetro (D) y peso (P) de la naranja. Una naranja es de calidad extra (X) cuando se activa el color y al menos uno de los otros dos parámetros. Una naranja es de calidad normal (N) si se activa el peso y/o el diámetro y sin embargo el color no se activa. Obtenga la tabla de verdad del circuito digital que regula el funcionamiento del controlador de calidad.

SOLUCIÓN:

	C	D	P	X	N
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	0

2.1.2. Se nos ha responsabilizado el control del nivel de un depósito de agua de riego. Este depósito tiene dos sensores de nivel de agua, uno que indica el nivel mínimo (Nm) y otro el máximo (NM), estos sensores son activos a nivel alto. El agua llega al depósito por medio de un grifo de entrada que vierte agua desde el nivel superior, y que se puede abrir activando la señal Ge (se abre a nivel alto y cierra a nivel bajo). El agua sale del depósito por medio de un grifo en la parte inferior, y que se puede abrir activando la señal Gs (se abre a nivel alto y cierra a nivel bajo). Finalmente se tiene una entrada de emergencia E (activa a nivel alto), en la que se cierra la entrada y se abre la salida independientemente de los niveles de agua que tenga el depósito). Si no está activada la señal de emergencia, el sistema deberá mantener el nivel entre el mínimo y el máximo. Cuando el nivel mínimo se alcanza, se debe cerrar el grifo de salida y abrir el grifo de entrada. Si se alcanza el nivel máximo, se deberá cerrar el grifo de entrada y abrir el de salida. En caso de que el nivel esté entre el mínimo y el máximo se deberán cerrar ambos grifos.

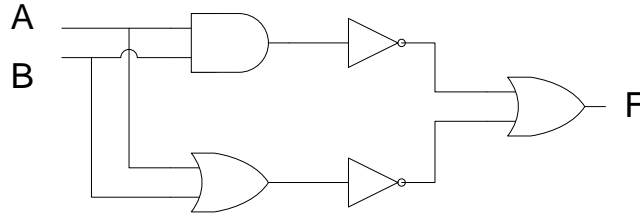
SOLUCIÓN:

	E	Nm	NM	Ge	Gs
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	X	X
2	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	X	X
6	1	1	0	0	1
7	1	1	1	0	1

Los valores de entrada $N_m=0$ y $N_m=1$ son imposibles porque si se ha alcanzado el nivel máximo de agua ($N_m=1$) también se ha alcanzado el nivel mínimo (N_m imposible igual a cero).

2.2 – Equivalencia entre función lógica y circuito

2.2.1. Dado el siguiente circuito, obtenga la función lógica equivalente:



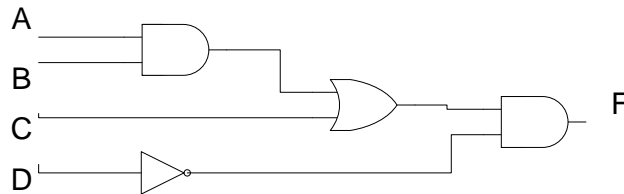
SOLUCIÓN:

$$F = \overline{A \cdot B} + \overline{A + B}$$

2.2.2. Dada la siguiente función lógica, obtenga el circuito equivalente:

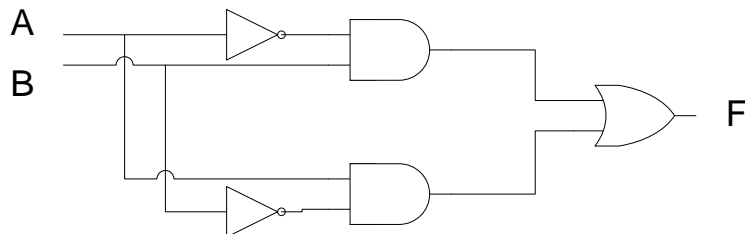
$$F = (A \cdot B + C) \cdot \overline{D}$$

SOLUCIÓN:



2.3 – Análisis de circuitos (ingeniería inversa)

2.3.1. Dado el siguiente circuito, obtenga su tabla de verdad:



SOLUCIÓN:

A	B	F
0	0	0
0	1	1

1	0	1
1	1	0

2.4 – Obtención de la función lógica: formas canónicas

2.4.1. Dada la siguiente tabla de verdad:

Entradas				Salida
D	C	B	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Escriba las ecuaciones canónicas conjuntiva y disyuntiva de la salida S.

SOLUCIÓN:

Ecuación canónica conjuntiva (producto de sumas):

$$S = \prod_{D,C,B,A} (0,1,2,3,4,7,8,11,12,13,14,15)$$

Ecuación canónica disyuntiva (suma de productos):

$$S = \sum_{D,C,B,A} (5,6,9,10)$$

2.4.2. Una empresa dedicada al embalaje fabrica cajas de cartón. Las cajas se almacenan en base a su tamaño y color, con tal motivo se asignan dos códigos, el primero sirve para indicar el tamaño y el segundo para indicar el color. Se emplean cuatro bits, dos para el código del tamaño y dos para el código de color.

Las cajas se fabrican en 4 tamaños diferentes (A, B, C y D) y en tres colores, los códigos de los tamaños y colores se muestran a continuación.

Tamaño	Código (T1 T0)
A	00
B	01
C	10
D	11

Color	Código (C1 C0)
Rojo	00
Azul	01
Negro	11

Las cajas se guardan en tres almacenes diferentes, de acuerdo a los siguientes criterios:

- El primer almacén guarda las cajas con tamaño A de cualquier color.
- El segundo almacén se guardan las cajas rojas con tamaño C ó D.
- En el tercer almacén se colocan las cajas restantes.

La información del tipo de caja y su color se escribe en un código de barras que se pega a cada una de las cajas de manera que, para su almacenamiento, las cajas se colocan sobre una banda transportadora que se bifurca en tres trayectorias, a partir de la información de código de barras se desvían para ser llevadas al almacén que les corresponde.

Para leer el código, se utiliza una pistola la cual lee el código de barras y envía la información al circuito combinacional que desvía las cajas a su destino.

Escriba la tabla de verdad del circuito combinacional que se encarga de desviar las cajas, considérese que un '1' indica la trayectoria a seguir.

Color		Tamaño		trayectoria 1	trayectoria 2	trayectoria 3
C1	C0	T1	T0			
0	0	0	0			
...
1	1	1	1			

(Se considera que cuando el circuito se activa para que la caja siga la trayectoria 1, la caja se lleva al primer almacén, de la misma forma, cuando se activa la trayectoria 2, la caja es llevada al segundo almacén y cuando se activa la trayectoria 3 la caja se lleva al tercer almacén).

A partir de la tabla de verdad se desea saber ¿Cuál es la ecuación canónica para la trayectoria 1?

SOLUCIÓN:

$$\text{Trayectoria 1} = \sum_{C1C0T1T0} (0,4,12) + \sum_{\phi} (8,9,10,11)$$

2.4.3. Representétese utilizando la función sumatorio la siguiente función:

$$f = \prod_{D,C,B,A} (0, 2, 3, 14) \cdot \prod_{\phi} (1, 10, 15)$$

SOLUCIÓN:

En la expresión de una función lógica mediante una forma canónica conjuntiva/producto de sumas/productorio, se deducen cuáles son los minitérminos de la función por exclusión: todos aquellos términos de la función (teniendo en cuenta que el total de términos es 2^n , siendo n la aridad de la función / el número de variables de la función; en este caso, $n=4$ y la función tiene 16 términos). Hay que tener en cuenta que si la función tiene combinaciones de entrada indiferentes (x como valor de salida), éstas han de reflejarse en las dos formas canónicas. Así,

$$f = \prod_{D,C,B,A}(0, 2, 3, 14) \cdot \prod_{\Phi}(1, 10, 15) = \sum_{D,C,B,A}(4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13) + \sum_{\Phi}(1, 10, 15)$$

2.4.4 Representétese utilizando la función productorio la siguiente función:

$$f = \sum_{D,C,B,A}(1, 2, 11, 12, 15) + \sum_{\Phi}(5, 7, 8)$$

SOLUCIÓN:

En este caso, y de forma análoga al ejercicio anterior, deducimos los maxitérminos por exclusión,

$$f = \sum_{D,C,B,A}(1, 2, 11, 12, 15) + \sum_{\Phi}(5, 7, 8) = \prod_{D,C,B,A}(0, 3, 4, 6, 9, 10, 13, 14) \cdot \prod_{\Phi}(5, 7, 8)$$

2.5 – Simplificación de funciones: mapas de Karnaugh

2.5.1. Dada la siguiente tabla de verdad:

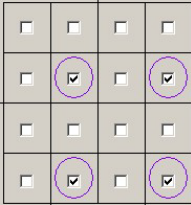
Entradas				Salida
D	C	B	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Escribir las dos ecuaciones de la salida S que se obtienen al simplificar (mediante unos y mediante ceros) utilizando mapas de Karnaugh.

SOLUCIÓN:

La simplificación por Karnaugh de la función S, nos da la siguiente tabla y simplificando por unos se obtienen los siguientes grupos.

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1

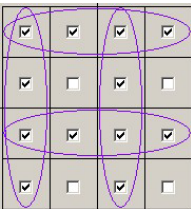


Estos grupos dan lugar a los siguientes términos:

$$S = (\overline{D}C/BA) + (D\overline{C}/BA) + (\overline{D}C\overline{B}/A) + (D\overline{C}\overline{B}/A)$$

Simplificando por ceros se obtienen los siguientes grupos.

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1



Estos grupos dan lugar a los siguientes términos: $S = (D+C) \cdot (\overline{D}+\overline{C}) \cdot (B+A) \cdot (\overline{B}+\overline{A})$

2.5.2. Obtener la función lógica **simplificada** para la salida “segmento **G**” del circuito “visualizador BCD” si la tabla de verdad correspondiente a dicha salida es:

Entradas				Salida
D	C	B	A	Segmento G
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

SOLUCIÓN:

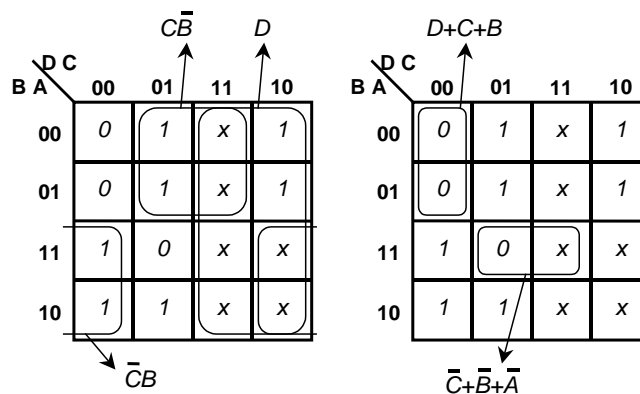
Partimos de una tabla vacía (en este caso, de cuatro variables, D, C, B y A):

		D C			
		00	01	11	10
B A	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	11
	10	2	6	14	10

Y la rellenamos con los valores de la salida g del mencionado circuito:

		D C			
		00	01	11	10
B A	00	0	1	x	1
	01	0	1	x	1
	11	1	0	x	x
	10	1	1	x	x

Ahora podemos hacer la simplificación. Como solamente se pide la función simplificada, se sobreentiende que se nos pide la más simplificada de las dos posibles, por unos y por ceros. Es decir, hay que hacer ambas simplificaciones y, caso de que las expresiones resultantes sean distintas, elegir la más sencilla de las dos.



Como la simplificación de g por unos da $g = D + C\bar{B} + \bar{C}B$ y por ceros $g = (D + C + B) \cdot (\bar{C} + \bar{B} + \bar{A})$, debemos hacer un recuento de las puertas y del nivel de cada simplificación para elegir el resultado más sencillo. En la simplificación por unos el nivel del circuito es 3, y se usan 5 puertas (2 NOT, 2 AND2, 1 OR3) y en la simplificación por ceros el nivel del circuito es 3 y se usan 6 puertas (3 NOT, 2 OR3, 1 AND2). El resultado más simple es, evidentemente, el primero: la simplificación por unos.

Finalmente, pues, la respuesta al problema es $g = D + C\bar{B} + \bar{C}B$

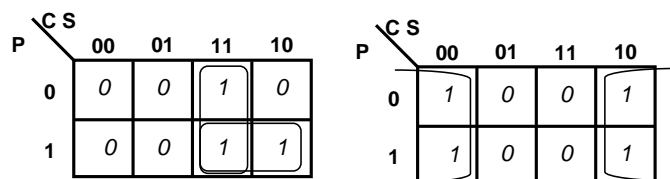
2.6 – Implementación de circuitos

2.6.1. En la cadena de montaje de una planta de fabricación de coches se desea incorporar un circuito digital que sea capaz de controlar la apertura y cierre de dos compuertas (S1, S2) por donde han de pasar los vehículos. Las compuertas se controlan en función de tres parámetros característicos de los vehículos (C, S, P). Siendo: C: control de calidad del vehículo. S: indica si el vehículo ha sido soldado o no. P: indica si el vehículo ha sido pintado o no. La compuerta S1 se debe abrir siempre que los vehículos estén soldados o pintados y además hayan pasado el control de calidad. La compuerta S2 se abre siempre que los vehículos no estén soldados, independientemente de cumplir el control de calidad.

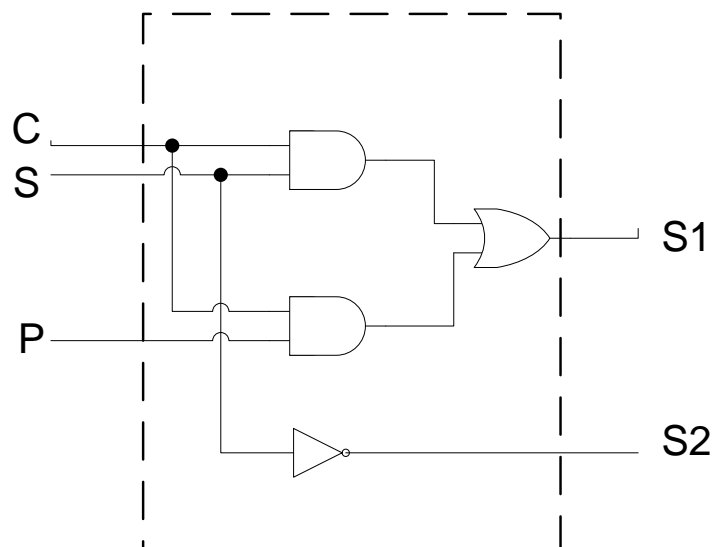
Implemente el circuito digital de forma simplificada.

SOLUCIÓN:

C	S	P	S1	S2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0



$$S1 = C \cdot S + C \cdot P \quad \text{y} \quad S2 = \bar{S}$$



2.6.2. Se desea implementar un circuito que controle el encendido de las luces intermitentes de un coche. El sistema dispone de una palanca que cuando se encuentra en posición subida genera una señal "PS" que activa el encendido de las luces intermitentes derechas ("LD"). Si se encuentra en posición bajada genera una señal "PB" que activa el encendido de las luces intermitentes izquierdas ("LI"). Si la palanca se encuentra en una posición intermedia (ni subida ni bajada) no se genera ninguna señal y por lo tanto no se enciende ninguna luz.

Para que el sistema tenga el funcionamiento descrito es necesario que se introduzca la llave de encendido del motor y se encuentre en la posición de contacto, generando de esta manera la señal "C".

El sistema dispone de una entrada adicional avería que cuando se encuentra activa genera la señal "A" activando los cuatro intermitentes independientemente de que el contacto se encuentre dado o no.

Implemente el circuito de forma simplificada.

SOLUCIÓN:

Tabla de verdad:

	A	C	P _S	P _B	L _I	L _D
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	X	X
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	X	X
12	1	1	0	0	1	1
13	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	X	X

Simplificación de las funciones:

Simplificación por unos:

Para L_I :

A \ C	00	01	11	10
00	0	1	12	8
01	1	5	13	9
11	X	X	X	X
10	0	0	1	1

$$L_I = P_B \cdot C + A$$

Para L_D :

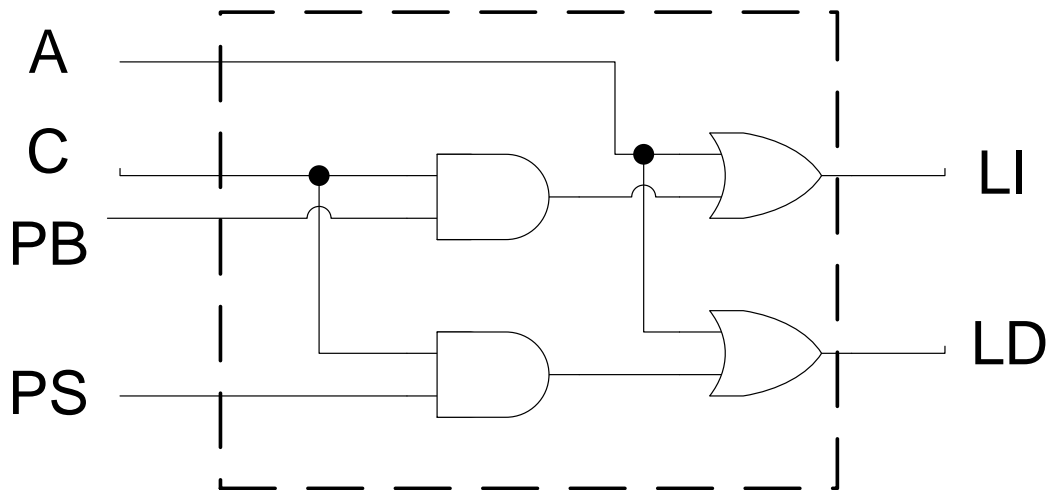
A \ C	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	X	X	X	X
10	0	1	1	1

$$L_D = P_S \cdot C + A$$

Si la simplificación fuera por ceros obtendríamos:

$$L_I = (A + C) \cdot (A + P_B)$$

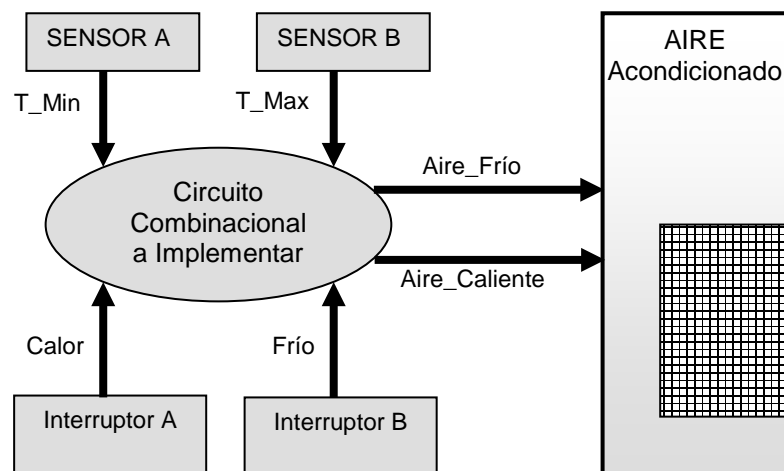
$$L_D = (A + C) \cdot (A + P_S)$$



2.6.3. Se desea implementar un circuito combinacional para intentar mantener entre dos valores la temperatura de una habitación. Para ello se dispone de un aparato de aire acondicionado, dos interruptores de acción manual y dos sensores de temperatura.

Cada sensor tiene asociada una señal que se activa cuando se alcanza la temperatura programada en dicho sensor. El sensor A activa la señal “**T_Min**” cuando la temperatura ambiente es **superior** a la **mínima** requerida, y el sensor B activa la señal “**T_Max**” cuando la temperatura ambiente es **superior** a la **máxima** requerida.

Igualmente, cada interruptor también tiene asociada una señal. Cuando se acciona el interruptor A se activa la señal “**calor**” y cuando se acciona el interruptor B se activa la señal “**frío**”.



El circuito a implementar indicará el modo de funcionamiento del aparato de aire acondicionado mediante la activación de las señales “**Aire_frío**” (indica que debe expulsarse aire frío) o “**Aire_caliente**” (indica que debe expulsarse aire caliente). Para ello deben cumplirse los siguientes criterios:

- ❑ Cuando la temperatura ambiente **no supere** la temperatura mínima requerida deberá expulsarse aire caliente excepto cuando esté activa la señal “**frío**” que, en dicho caso, no se expulsará ni aire caliente ni frío
- ❑ Cuando la temperatura ambiente esté entre los valores permitidos no se expulsará ni aire frío ni caliente excepto cuando esté activa la señal “**frío**” que se expulsará aire frío o la señal “**calor**” que se expulsará aire caliente
- ❑ Cuando la temperatura ambiente **supere** la temperatura máxima requerida deberá expulsarse aire frío excepto cuando esté activa la señal “**calor**” que, en dicho caso, no se expulsará ni aire frío ni caliente
- ❑ En el caso de que las señales “**frío**” y “**calor**” se activen **a la vez** deberán ser ignoradas, el modo de funcionamiento será el mismo que si no estuvieran activadas

Impleméntese dicho circuito con un coste mínimo.

SOLUCIÓN:

	T_MIN	T_MAX	CALOR	FRIO	AIRE FRIO	AIRE CALIENTE
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	X	X
5	0	1	0	1	X	X
6	0	1	1	0	X	X
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	1
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	0

Simplificación por unos:

AIRE FRIO

	T_MIN	T_MAX				
CALOR FRIO	00	01	11	10		
00	0	X	1	0	0	8
01	0	X	1	1	1	9
11	0	X	1	0	3	11
10	0	X	0	0	2	10

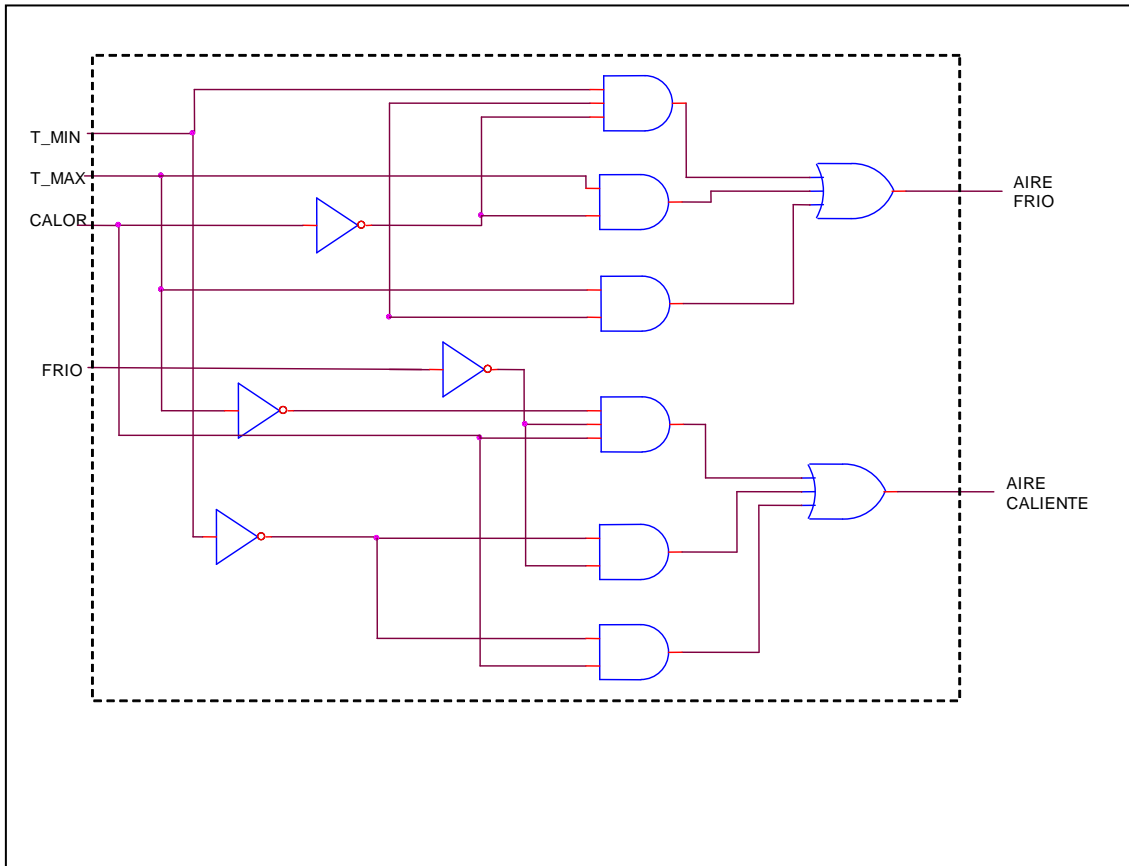
AIRE CALIENTE

	T_MIN	T_MAX				
CALOR FRIO	00	01	11	10		
00	1	X	0	0	0	8
01	0	X	0	0	4	9
11	1	X	0	0	5	11
10	1	X	0	1	3	10

$$\text{AIRE FRIO} = T_MAX \cdot \overline{CALOR} + T_MAX \cdot FRIO + T_MIN \cdot \overline{CALOR} \cdot FRIO$$

$$\text{AIRE CALIENTE} = \overline{T_MIN} \cdot CALOR + \overline{T_MIN} \cdot \overline{FRIO} + \overline{T_MAX} \cdot CALOR \cdot \overline{FRIO}$$

... // ...



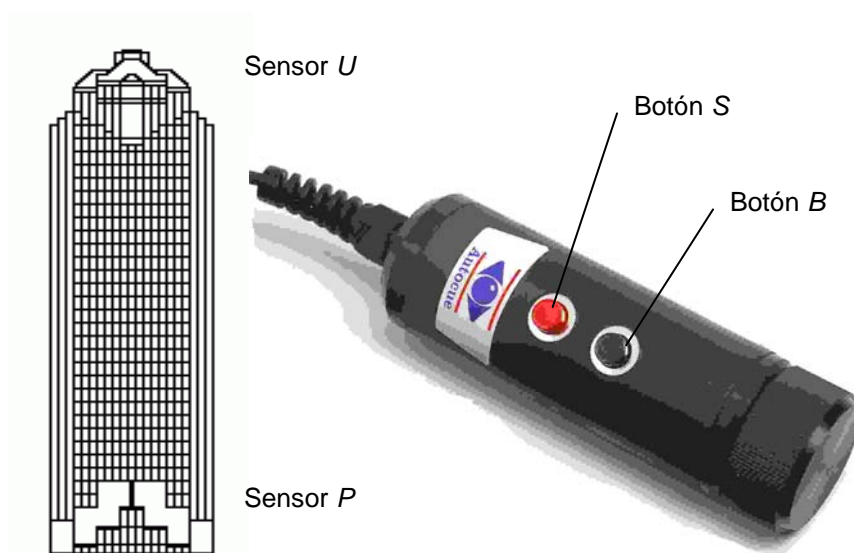
Ampliación

2.7 – Tablas de verdad

2.7.1. La tarima de los limpia-cristales del Empire State Building tiene capacidad para alcanzar cada uno de los 256 pisos de este emblemático edificio. Para que los trabajadores puedan acceder a cada uno de los pisos, la tarima incorpora un motor que permite el desplazamiento hacia arriba y hacia abajo.

El mecanismo de control del motor dispone de:

- Dos sensores U y P : El sensor U se activa a nivel alto sólo si la tarima se encuentra en Último piso (piso 256). El sensor P se activa a nivel alto sólo si la tarima se encuentra en el Primer piso (piso 1). En el caso de que la tarima se encuentre entre ambos pisos, ambos sensores permanecen desactivados.
- Dos botones S y B : Los trabajadores pulsán los botones S y B para Subir y Bajar, respectivamente, la tarima. Las señales de control generadas por estos botones son activas a nivel alto.



Dependiendo de estos sensores y botones, el mecanismo de control del motor activa dos señales M y S/\bar{B} . M se debe activar a nivel alto cuando se desea poner el motor en funcionamiento. En ese caso la señal S/\bar{B} indica si se desea Subir ($S/\bar{B} = 1$) o Bajar ($S/\bar{B} = 0$) la tarima. Cuando M está desactivada, el motor está parado y el estado de S/\bar{B} se considera indiferente.

Rellene la tabla adjunta, correspondiente a la función que realiza el mecanismo de control del motor, teniendo en cuenta las siguientes especificaciones.

- Si los trabajadores pulsán solamente el botón S , la tarima debe subir excepto si ésta se encuentra en el último piso, en cuyo caso la tarima no debe desplazarse.
- Si los trabajadores pulsán solamente el botón B , la tarima debe bajar excepto si ésta se encuentra en el primer piso, en cuyo caso la tarima no debe desplazarse.
- Si los trabajadores pulsán los botones S y B a la vez, la tarima no debe desplazarse.

2.7.2. El puente sobre el río Seco dispone de un carril en cada sentido para el paso de vehículos a motor. Sin embargo, debido a las últimas lluvias, su estructura se ha deteriorado, y cada carril puede soportar tan solo el peso de tres vehículos como máximo. Además, sumando el número de vehículos en los dos carriles, éste nunca debe ser superior a cuatro.

Si por alguna razón, se situaran en el puente cinco o más vehículos, dicho puente se derrumbaría instantáneamente (es decir, no puede haber más de cuatro vehículos sobre el puente). Para evitar que esta catástrofe suceda, se han instalado dos semáforos, uno en la entrada de cada carril (Sd carril derecho, y Si carril izquierdo).

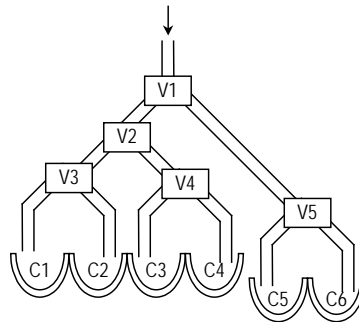
Se dispone también de un contador de vehículos para cada carril, que indican en binario natural el número de coches en cada momento (I1, I0 para el carril izquierdo, D1 D0 para el carril derecho).

Indique cuál sería la tabla de verdad que representaría el problema, suponiendo que cuando el semáforo correspondiente vale 1 el semáforo está rojo, y cuando vale 0, el semáforo está verde.

SOLUCIÓN:

D1	D0	I1	I0	Sd	Si
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	X	X
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

2.7.3 Una empresa clasificadora de fruta dispone de la siguiente máquina con 6 cestos, C1 a C6:



Para establecer el camino de la fruta hacia los cestos, las válvulas V1 a V5 deben tomar el valor 0 si la fruta debe ir hacia la izquierda de la figura y el valor 1 si debe ir hacia la derecha. La información de la que se dispone sobre cada pieza de fruta es:

- a) El peso. Con dos bits denominados P1P0, se indica que la fruta es: 00 - extra grande, 01 - grande, 10 - mediana, 11 - pequeña
- b) La existencia de defectos. Con un bit D, se indica con el valor 0 que la pieza no tiene defectos, y con el valor 1 que sí los tiene

Se nos ha pedido que establezcamos la tabla de verdad de las válvulas que gobiernan el camino de las piezas de fruta en la mencionada máquina clasificadora, teniendo en cuenta las características de la fruta de cada cesto:

- Al cesto C1 deben ir las piezas extra-grandes sin defectos
- Al cesto C2 deben ir las piezas grandes sin defectos
- Al cesto C3 deben ir las piezas medianas sin defectos
- Al cesto C4 deben ir las piezas pequeñas sin defectos
- Al cesto C5 deben ir las piezas con defectos de tamaño extra-grande o grandes
- Al cesto C6 deben ir las demás piezas

NOTA: El orden de las variables en la tabla de verdad debe ser D, P1 y P0

SOLUCIÓN:

Nótese que, dada la codificación del tamaño, las piezas que son extra-grandes o grandes se pueden representar en una sola fila de la tabla de verdad con la combinación 0x para los valores de las variable P1 y P0. Lo mismo ocurre con las que son medianas o pequeñas, representables con la combinación 1x.

Comentario	D	P1	P0	V1	V2	V3	V4	V5
Sin defecto, extra-grande -> a C1	0	0	0	0	0	0	X	X
Sin defecto, grande -> a C2	0	0	1	0	0	1	X	X
Sin defecto, mediana -> a C3	0	1	0	0	1	X	0	X
Sin defecto, pequeña -> a C4	0	1	1	0	1	X	1	X
Con defecto, extra-grande/grande -> a C5	1	0	X	1	X	X	X	0
Con defecto, mediana/pequeña -> a C6	1	1	X	1	X	X	X	1

Nótese también que, una vez la pieza de fruta ha sido desviada por una de las válvulas para que tome el camino de la izquierda, el valor que tomen las válvulas que quedan a la derecha es indiferente. Lo mismo ocurre cuando una válvula fuerza a que la fruta tome el camino de la derecha, respecto de las válvulas que quedan a la izquierda.

Así, cuando el circuito determina que $V1 = 1$, la fruta se desvía hacia la derecha (hacia V5). Por tanto, los valores que el circuito pueda asignar a las válvulas V2 a V4 son indiferentes (puesto que la fruta ha sido desviada por otro camino, y la fruta no se va a cruzar con ellas en su camino al cesto correspondiente). De esta forma, cuando $V1 = 1$, la única representación correcta para los valores de V2 a V4 es X.

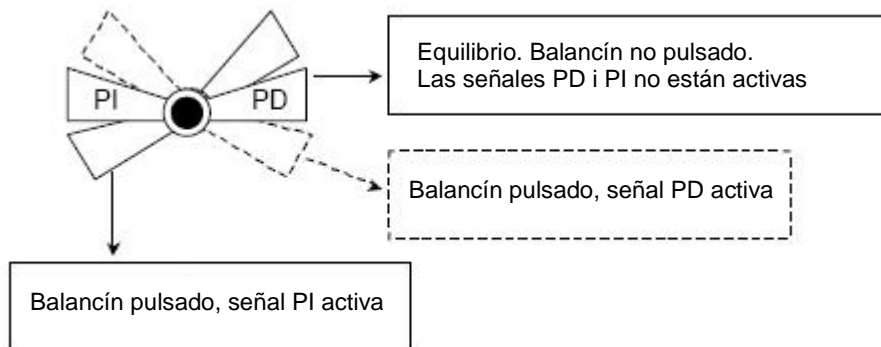
2.7.4. Se desea construir el circuito de control del movimiento de una cinta transportadora que puede moverse de forma indefinida en los dos sentidos (izquierda y derecha).

Para determinar si la cinta ha moverse y el sentido del movimiento, el operario dispone de un pulsador de balancín que genera dos señales mutuamente excluyentes (vea la figura siguiente).

A) Si la señal /PD está activada indica que el pulsador del balancín está en la posición de movimiento hacia la derecha.

B) Si la señal /PI está activada indica que el pulsador del balancín está en la posición de movimiento hacia la izquierda.

C) Cuando no está pulsado el balancín, ninguna de las dos señales está activa. Ambas señales son **activas a nivel bajo**.



Para permitir el movimiento de la cinta sin que el operario esté continuamente pulsando el balancín se han añadido un par de sensores al sistema que indican si la cinta ya está en movimiento, /CD i /CI, con el siguiente significado:

A) Si la señal /CD (respectivamente /CI) está activa significa que la cinta está actualmente moviéndose hacia la derecha (respectivamente izquierda)

B) Ambas señales son **activas a nivel bajo**

Para gobernar dicha cinta, el circuito de control que se ha de diseñar tiene que generar dos salidas:

A) señal M/P (Mover = 1 / Parar = 0), I

B) Señal D/I (Derecha = 1 / Izquierda = 0). Evidentemente, si la señal M/P = 0 el valor de la señal D/I es indiferente.

El funcionamiento del sistema debe seguir las reglas siguientes:

1. Si la cinta está parada, la pulsación del balancín debe iniciar la marcha de la cinta en el sentido deseado.
2. Si la cinta está actualmente en marcha (indicado por la activación de alguno de los sensores /CD o /CI), la cinta ha de continuar moviéndose en el sentido actual si el balancín está pulsado en el mismo sentido de la marcha o no pulsado.
3. Si la cinta está actualmente en marcha, la pulsación del balancín en el sentido contrario al movimiento actual ha de parar la cinta.

Se pide: Describa el funcionamiento del sistema anterior mediante una tabla de verdad. El orden de las variables (de mayor a menor peso) ha de ser /CD, /CI, /PD i /PI. El orden de las salidas ha de ser M/P i D/I.

SOLUCIÓN:

/CD	/CI	/PD	/PI	M/P	D/I	Comentario
0	0	X	X	X	X	Imposible. La cinta no se puede mover en los dos sentidos
0	1	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
0	1	0	1	1	1	Mover hacia la derecha (PD activada)
0	1	1	0	0	X	Parar
0	1	1	1	1	1	Continuar mov. hacia la derecha
1	0	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
1	0	0	1	0	X	Parar
1	0	1	0	1	0	Mover hacia la izquierda (PI activada)
1	0	1	1	1	0	Continuar mov. hacia la izquierda
1	1	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
1	1	0	1	1	1	Mover hacia la derecha
1	1	1	0	1	0	Mover hacia la izquierda
1	1	1	1	0	X	Parar

Cinta moviéndose hacia la derecha (/CD = 0)

Cinta moviéndose hacia la izquierda (/CI = 0)

Cinta parada (/CD = /CI = 1)

NOTA 1: Ya que es evidente que la cinta no puede moverse simultáneamente en los dos sentidos, todos los casos en que /CD = /CI = 0 son imposibles.

NOTA 2: Ya que el enunciado indica expresamente que las dos señales del balancín son mutuamente excluyentes, todos los casos en que /PD = /PI = 0 son imposibles.

NOTA 3: En todos los casos de entradas imposibles, hemos indicado que el sistema puede tomar cualquier decisión, y por tanto, las salidas serán M/P = D/I = X

NOTA 4: En aquellos casos en que el circuito ordene la parada de la cinta (salida M/P = 0), tal como se indica en el enunciado, el valor de la salida D/I es indiferente, y por tanto, su valor será D/I = X.

2.8 – Formas canónicas

2.8.1. Obtener la forma canónica de la función siguiente mediante producto de maxitérminos:

$$f(D,C,B,A) = (c + \bar{d} + a) \cdot (a + b + c + \bar{d}) \cdot (d + a + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{b} + c + d + a)$$

SOLUCIÓN:

Para obtener la forma canónica conjuntiva o producto de sumas de la función es necesario conocer cuáles son los maxitérminos de la función, los cuales se pueden saber mediante la tabla de verdad. Para reconstruir la tabla de verdad de la función basta aplicar a la expresión todas las combinaciones de valores de las entradas, o bien, más rápido, calcular para cada término producto de la expresión qué valores de las variables de entrada lo hacen cero. Al final el resultado es:

Entradas				Salida
D	C	B	A	Segmento G
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Partiendo de la tabla de la verdad, la forma canónica conjuntiva es:

$$f = \prod_{D,C,B,A} (2, 6, 8, 10)$$

2.8.2. ¿Cuál es la ecuación canónica disyuntiva que representa a la siguiente función?

$$f(d, c, b, a) = 1$$

SOLUCIÓN:

$$f(d, c, b, a) = \sum_{d c b a} (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

2.8.3. Sea la función $f(c,b,a) = \sum_{c,b,a} (2,4,6) + \sum_{\emptyset} (1)$. Indique la ecuación canónica conjuntiva que representa a dicha función.

SOLUCIÓN:

$$f(c,b,a) = \prod_{c,b,a} (0,3,5,7) \cdot \prod_{\emptyset} (1)$$

2.8.4. Obtener la forma canónica de la función siguiente mediante suma de minitérminos:

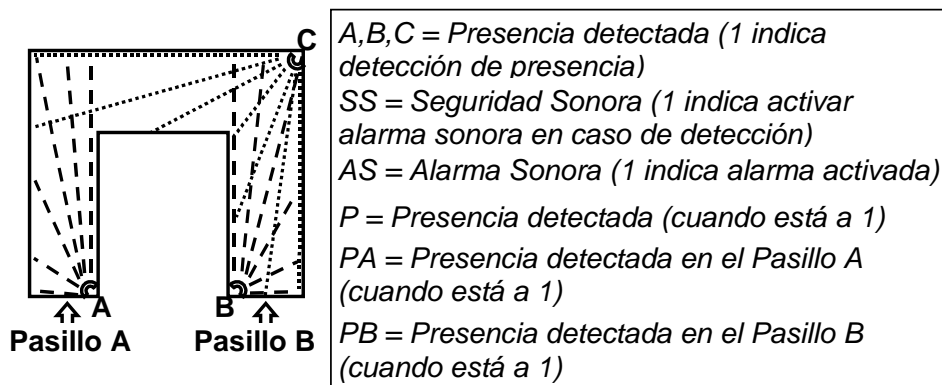
$$f(c,b,a) = \bar{c} \cdot a$$

SOLUCIÓN:

$$f(c,b,a) = \sum_{c,b,a} (1,3)$$

2.8.5. En el edificio de la figura siguiente, se han instalado tres sensores de presencia (A, B y C). Estos sensores están siempre en funcionamiento y cada uno de ellos abarca una zona (no exclusiva) de detección. El sistema dispone de una entrada de selección de funcionamiento SS (Seguridad Sonora), que permite determinar si se debe activar o no una salida AS (Alarma Sonora) en caso de detectar presencia en el interior del edificio. El sistema debe indicar si existe presencia (activando la salida P), y si es posible, indicar si es en el pasillo A (activando la salida PA), o en el pasillo B (activando la salida PB), o en ambos en caso de varios sujetos).

NOTA: Por la disposición de los sensores, resulta imposible la activación del sensor B sin la activación del sensor C.



Indique la forma canónica disyuntiva referida al sistema anterior correcta.

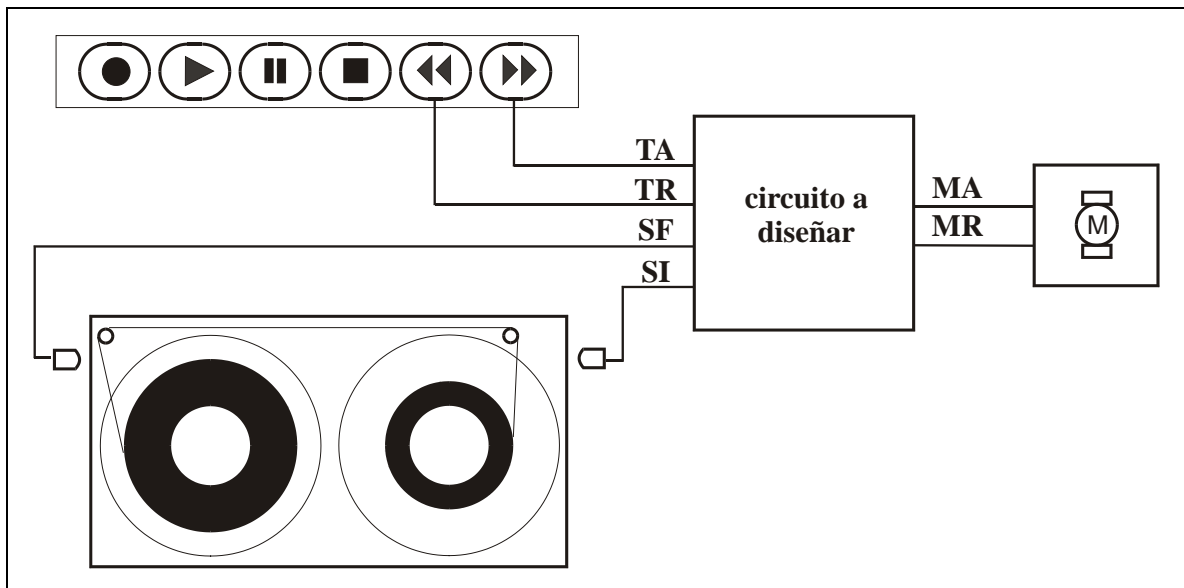
SOLUCIÓN:

$$AS = \sum_{SS,A,B,C} (9, 11, 12, 13, 15) + \sum_{\Phi} (2, 6, 10, 14)$$

2.8.6. Se desea diseñar una parte del circuito de control de un aparato de vídeo. El circuito será responsable de la activación de dos señales binarias MA y MR que inician el proceso de avance o retroceso rápido de la cinta (respectivamente) en respuesta a la pulsación de las teclas de avance o de retroceso rápido por parte del usuario. Como indica la figura, la pulsación de la tecla de avance rápido activa una señal TA y la pulsación de la tecla de retroceso activa una señal TR. El aparato dispone además de dos sensores que detectan cuándo se ha alcanzado el extremo inicial o final de la cinta, activándose la señal SI o SF, respectivamente. El funcionamiento del circuito será como sigue:

- La pulsación de una tecla de avance o de retroceso deberá dar lugar a la activación de la correspondiente señal de motor (MA para avance, MR para retroceso), excepto cuando uno de los sensores indique que la cinta se encuentra en la posición extrema que lo impida (la activación de SF impide el avance, la de SI impide el retroceso), en cuyo caso no deberá activarse el motor para evitar daños en la cinta o el mecanismo de arrastre.
- En caso de que el usuario presione simultáneamente las teclas de avance y retroceso, no se activarán MA ni MR, excepto cuando la cinta esté en una de las dos posiciones extremas, en cuyo caso deberá activarse aquella señal de motor que inicie el arrastre de la cinta en el sentido que no encuentre impedimento.

Todas las señales se activan a nivel alto ("1").



- A) Realice la tabla de verdad del circuito propuesto. Respete el siguiente orden para las variables de entrada: SF, SI, TA, TR.

SOLUCIÓN:

SF	SI	TA	TR	MA	MR
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	X	X
1	1	0	1	X	X
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

Cuando no se pulsa ninguna de las dos teclas, no se activa ninguna de las señales de motor, ni avance ni retroceso, como corresponde a la lógica de funcionamiento del aparato real. El caso SF=1, SI=1 no se puede dar nunca en la práctica, porque no es posible que una cinta esté al mismo tiempo al inicio y al final de su recorrido. La tabla debe reflejar esta situación imposible asignando valores indiferentes ("X") a las funciones MA y MR.

- B) Obtenga las funciones canónicas disyuntiva y conjuntiva para la función MA (notación sumatorio y productorio). Respete el orden propuesto en el apartado anterior para las variables de entrada: SF es la variable de más peso.

Forma canónica disyuntiva:
MA=

Forma canónica conjuntiva:
MA=

SOLUCIÓN:

Se piden las expresiones con notación sumatorio y productorio (no las expresiones desarrolladas). Cualquier omisión en la identificación de las variables de entrada, o cambio de operador, invalida completamente la forma canónica. Preste especial atención a la forma canónica conjuntiva, donde el operador entre los dos productorios es un producto, y no una suma.

Forma canónica disyuntiva:

$$MA = \sum_{SF, SI, TA, TR} (2,6,7) + \sum_{\Phi} (12,13,14,15)$$

Forma canónica conjuntiva:

$$MA = \prod (0,1,3,4,5,8,9,10,11) \cdot \prod_{\Phi} (12,13,14,15)$$

2.9 – Simplificación por Karnaugh

2.9.1. Simplificar tanto por unos como por ceros la siguiente función:

$$f = \sum_{C,B,A} (0,1,2,3)$$

SOLUCIÓN:

En la figura siguiente tenemos una tabla de Karnaugh de 3 variables vacía. Para facilitar la escritura de los valores de f para cada combinación de entrada, se ha indicado en la esquina superior derecha de cada celda el número del término asociado. Se trata de pasar de la combinación binaria de valores CBA a decimal; cuando estemos acostumbrados a las tablas de Karnaugh, estos números no serán necesarios.

		C B			
		00	01	11	10
A	0	0	2	6	4
	1	1	3	7	5

Lo que hacemos es trasladar los valores de la función f a las posiciones correspondientes, bien desde la tabla de verdad, bien (como en este caso particular) desde una de las formas canónicas de f :

		C B			
		00	01	11	10
A	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

Y ahora realizamos la simplificación. A la izquierda la simplificación por unos, a la derecha por ceros,

		C B			
		00	01	11	10
A	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

↘ \bar{C}

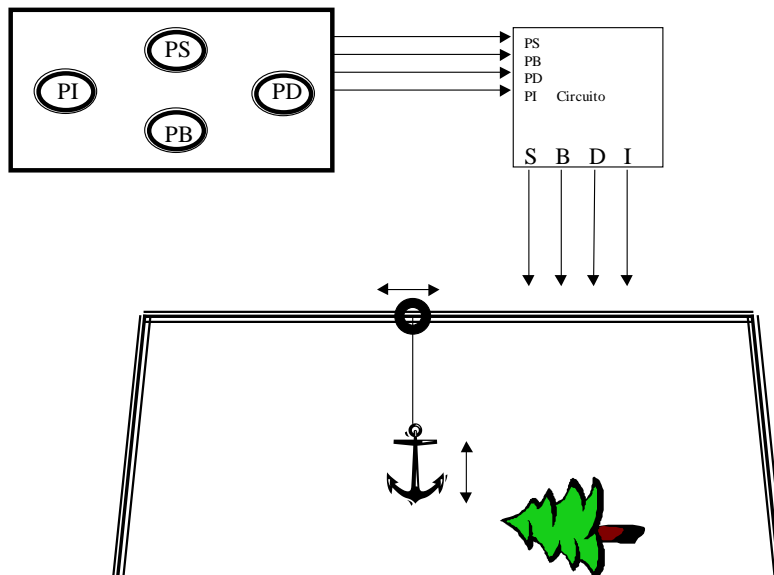
		C B			
		00	01	11	10
A	0	1	1	0	0
	1	1	1	0	0

↘ \bar{C}

Téngase en cuenta que, en este caso particular, ambas simplificaciones han dado como resultado la misma expresión algebraica. Esto es una casualidad y, en general, los resultados de ambas simplificaciones serán diferentes.

2.9.2. En la vieja factoría se ha instalado un puente grúa para trasladar árboles de una zona a otra de la planta. Este puente grúa dispone de un gancho que puede realizar cuatro movimientos: Subir, Bajar, Derecha e Izquierda. También puede realizar cuatro movimientos combinados: subir y derecha, subir e izquierda, bajar y derecha, bajar e izquierda. El gancho dispone de cuatro señales: S, B, D, e I para indicarle el movimiento que debe realizar. Para manejar el puente grúa se dispone de un panel de control con cuatro botones, cada uno de ellos para mover el gancho a gusto del operario. Los botones reciben el nombre de PS, PB, PI y PD. Para presionar un botón se necesita una mano completa. Solo un operario puede manejar el panel, y dicho operario solo puede usar sus dos manos. Se desea realizar un circuito que gobierne el puente grúa en función de las siguientes especificaciones:

- Si se aprieta uno de los cuatro botones, el gancho debe moverse en la dirección y sentido indicado por el botón, activando la señal correspondiente.
- Si se aprietan simultáneamente dos botones que indican uno de los cuatro movimientos combinados, deben activarse las dos señales correspondientes para que el gancho realice el movimiento correcto.
- Si se aprietan simultáneamente dos botones que indican movimiento contradictorio (por ejemplo, subir y bajar o derecha e izquierda) el gancho no debe moverse.
- Nota: todas las entradas y salidas están activas con un 1, e inactivas con un 0.



A) Realice la tabla de verdad de la función lógica. Por favor, siga el siguiente orden para las entradas: PS, PB, PI, PD, y el siguiente orden para las salidas: S, B, I, D.

SOLUCIÓN:

La tabla de verdad

Nº	PS	PB	PI	PD	S	B	I	D
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	1	1	0
7	0	1	1	1	X	X	X	X
8	1	0	0	0	1	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	X	X	X	X
12	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X



- B) Indique las formas canónicas disyuntiva y conjuntiva de la función lógica a partir de la tabla de verdad del enunciado anterior para la salida B.

SOLUCIÓN:

Formas canónicas disyuntiva y conjuntiva:

$$FCD = \sum_{PS,PB,PI,PD}(4,5,6) + \sum_{\emptyset}(7,11,13,14,15)$$

$$FCC = \prod_{PS,PB,PI,PD}(0,1,2,3,8,9,10,12,) \cdot \prod_{\emptyset}(7,11,13,14,15)$$

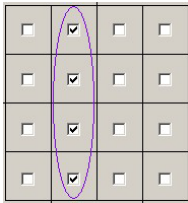
- C) Obtenga la expresión mínima de la función lógica mediante la simplificación de Karnaugh, tanto por unos como por ceros, para la salida B.

SOLUCIÓN:

Expresión mínima de la función lógica:


Simplificación por 1's: (/PS)·(PB)

PS PB PI PD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



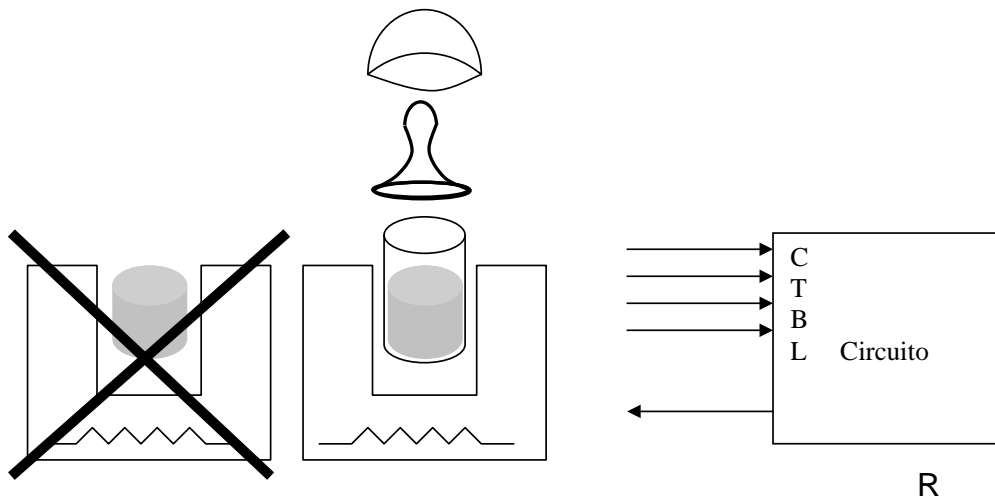
Simplificación por 0's: (/PS)·(PB)

PS PB PI PD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



2.9.3. Se desea realizar el circuito de control de un calentador de biberones. Este circuito dispone de cuatro entradas: C, T, B y L. La entrada C indica que el biberón está tapado. La entrada T indica que el biberón tiene colocada la tetina. La entrada B indica que existe un biberón en la posición correcta para calentarse, es decir, el biberón está dentro del calentabiberones o del biberón. Por último, la entrada L indica que hay leche dentro del calentabiberones. El circuito dispone de una salida R, que al activarse pone en funcionamiento una resistencia que calienta la leche. El funcionamiento del circuito es el siguiente:

- Si existe un biberón en la posición correcta y tiene leche, deberá calentarse tenga o no puesta la tetina y siempre y cuando el biberón no esté tapado.
- El biberón puede tener tetina y/o estar tapado pero no estar en la posición correcta, por lo que no deberá calentarse.
- No es posible introducir la leche en el calentabiberones si el biberón no está en la posición correcta.
- En cualquier otro caso posible, el biberón no deberá calentarse.
- Nota: todas las entradas y salidas están activas con un 1, e inactivas con un 0.



A) Realice la tabla de verdad de la función lógica $R=f(C,T,B,L)$. Por favor, siga el siguiente orden para las entradas: C T B L

SOLUCIÓN:

La tabla de verdad:

Nº	C	T	B	L	R
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	X
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	X
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

B) Indique las formas canónicas disyuntiva y conjuntiva de la función lógica R a partir de la tabla de verdad del enunciado anterior.

SOLUCIÓN:

$$FCD = \sum_{C,T,B,L} (3,7) + \sum_{\emptyset}(1,5,9,13)$$

$$FCC = \prod_{C,T,B,L} (0,2,4,6,8,10,11,12,14,15) \cdot \prod_{\emptyset}(1,5,9,13)$$

- C) Obtenga la expresión mínima de la función lógica R mediante la simplificación de karnaugh, tanto por unos como por ceros.

SOLUCIÓN:

Por 1's: (L-/C)

CT BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

Por 0's: (/C) · (L)

CT BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

2.9.4. En una planta de fabricación de piezas cerámicas se desea incorporar un proceso de control de calidad de la producción. Las piezas se componen de 3 productos básicos: A,B y C. Las piezas podrán ser clasificadas en dos clases: clase1 y clase2. Una pieza será de la clase1 si se cumple que está compuesta del producto A y al menos uno de los otros dos productos. Una pieza será de la clase2 si se cumple que está compuesta de al menos 2 de los tres productos.

¿Cuál es la expresión mínima de las funciones de salida clase1 y clase2?

SOLUCIÓN:

$$\text{clase1} = CA + BA \text{ y } \text{clase2} = CA + BA + CB$$

2.9.5. Se desea implementar un circuito con 4 entradas (D C B y A) y dos salidas (S1 y S0). Las ecuaciones canónicas de los circuitos de salida son:

$$S0 = \sum_{DCBA} (2,3,6,7,14,15) + \sum_{\phi} (8,9,10,11)$$

$$S1 = \sum_{DCBA} (1,5,13) + \sum_{\phi} (8,9,10,11)$$

Obtenga las ecuaciones correspondientes al circuito mínimo de las salidas S0 y S1 respectivamente.

SOLUCIÓN:

$$S_0 = B$$

2.9.6) Sean $A = a_1a_0$ y $B = b_1b_0$ dos números Naturales expresados en binario mediante dos bits. Obtenga las funciones lógicas de comparación ($A \geq B$) y ($A \leq B$) simplificadas.

SOLUCIÓN:

$$(A \geq B) = (a_1 + \bar{b}_1)(a_1 + a_0 + \bar{b}_0)(a_0 + \bar{b}_1 + \bar{b}_0)$$

$$(A \leq B) = (\bar{a}_1 + b_1)(\bar{a}_1 + \bar{a}_0 + b_0)(\bar{a}_0 + b_1 + b_0)$$

2.9.7. Sean $A=a_1a_0$ y $B=b_1b_0$ dos números Naturales expresados en binario y la función lógica simplificada $F = (a_1 + a_0 + b_1 + b_0)(a_1 + \bar{a}_0 + b_1 + \bar{b}_0)(\bar{a}_1 + \bar{a}_0 + \bar{b}_1 + \bar{b}_0)(\bar{a}_1 + a_0 + \bar{b}_1 + b_0)$ que implementa una función de comparación de ambos números. Indique qué comparación realiza dicha función: "F=(A>B)", "F=(A<B)", "F=(A=B)" o "F=(A≠B)".

SOLUCIÓN:

$$F=(A \neq B)$$